2019학년도 중등학교교사 임용수보자 선정경쟁시험 모의고사 1

수　학

제1차 시험	3교시 전공B	8문항 40점	시험시간 90분

○ 문제지 전체 면수가 맞는지 확인하시오.

○ 모든 문항에는 배점이 표시되어 있습니다.

1. 다음은 중학교 교사들이 삼각형의 오심에 관한 지도방안에 대하여 나눈 대화 내용이다.

> 교사 A : 내심이 존재한다는 사실을 도입할 때 아이들과 실험을 해 보면 좋을 거 같아요. 종이를 삼각형 모양으로 자른 다음 변이 포개지도록 각 꼭짓점마다 변이 포개지도록 접으면 접힌 선이 한 점에서 만나는 것을 보여주는 실험이 적당할 것 같아요.
>
> 교사 B : 네 좋은 생각입니다. 외심에 대해서도 유사한 실험을 진행할 수 있겠네요. 그런데 외심은 삼각형 바깥에 그려지는 경우도 있으니까 종이에 삼각형을 그리고 그것을 자르지 않은 채로 각 변이 반으로 접혀 포개지도록 접는 실험이 좋을 거 같아요.

두 교사가 논의한 방법으로 지도한 다음 이어서 국소적 조직화 활동으로 '내심과 외심이 존재한다'를 지도하는 과정을 서술하시오. [4점]

2. 위상공간에서 집합 P의 폐포를 $\overline{P}$라 하고 P의 경계를 $\mathrm{Fr}(P) = \overline{P} \cap \overline{P^c}$라 하자. 내부는 $\mathrm{int}\,P = P \setminus \mathrm{Fr}(P)$이다.

위상공간 X의 부분집합 A, B가 조건

$$\mathrm{Fr}(A) \cap \mathrm{Fr}(B) = \emptyset$$

을 만족할 때, $\mathrm{int}(A) \cup \mathrm{int}(B) = \mathrm{int}\,A \cup B$이 성립함을 보여라. [4점]

3. 복소수 α, β, $\alpha+\beta$는 모두 $\mathbb{Q}$위에 대수적 차수(algebraic degree) 2인 수들이다. 이때 $\mathbb{Q}(\alpha) = \mathbb{Q}(\beta)$임을 증명하시오. [4점]

4. 3차원 유클리드 공간상의 곡면 $z = xy$에 대하여 가우스 곡률과 평균 곡률을 x, y에 대한 함수로 표현하여라. [4점]

5. 함수열 $\left\{ f_n : (0,1) \longrightarrow \mathbb{R} \middle| f_n(x) = \frac{x}{(1+x)^n} \right\}$에 대하여 함수항 급수

$$f(x) = \sum_{n=1}^{\infty} f_n(x)$$

가 구간 $(0,1)$에서 점별 수렴함을 보이고 그 수렴이 균등수렴인지 판단하시오. 또, 적분 $\int_0^1 f(x)\,\mathrm{d}\,x$가 다음 급수와 같은지 설명하시오. [4점]

$$\sum_{n=1}^{\infty} \int_0^1 f_n(x)\,\mathrm{d}\,x$$

6. 함수 $f, g : [0,1] \longrightarrow [0,\infty)$ 에 대하여 f 는 볼록 함수이고, g 는 오목 함수이며 $h : [0,1] \longrightarrow \mathbb{R}$ 는 증가함수라고 하자. 또한, $\lim_{x\to 0^+} f(x) = \lim_{x\to 0^+} g(x) = 0$ 라고 가정하자. 이때, f 가 반드시 연속인 점들의 집합을 설명하시오. 또, 다음 부등식에 포함된 리만 적분이 각각 존재함을 설명하고 이 부등식을 증명하시오.

$$\int_0^1 h(x)g(x)\,\mathrm{d}\,x \int_0^1 f(x)\,\mathrm{d}\,x \le \int_0^1 g(x)\,\mathrm{d}\,x \int_0^1 h(x)f(x)\,\mathrm{d}\,x$$

다음 정의를 참고하고 다음 정리를 사용하여도 좋다. [5점]

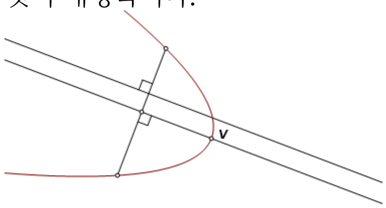
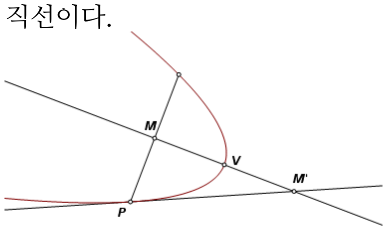
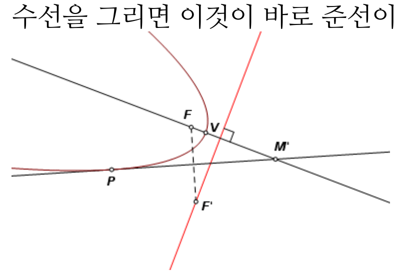
> **정의 1.** 함수 f 가 구간 I 에서 볼록(위로 오목) 함수라 함은 임의의 $p, q \in I$ 와 양수 $t \in (0,1)$ 에 대하여
>
> $$f(tp + (1-t)q) \le tf(p) + (1-t)f(q)$$
>
> 를 만족함을 말한다. 또 함수 f 가 오목(아래로 오목) 함수라 함은 $-f$ 가 볼록함수임을 말한다.
>
> **정리 1.** 함수 f 가 닫힌 구간 I 에서 유계일 때 다음 두 조건은 서로 필요충분조건이다.
>
> *a.* f 가 불연속인 I 상의 점들의 집합은 측도 영이다.
>
> *b.* f 가 구간 I 상에서 리만적분가능이다.

7. 소수 p 는 $p \equiv -1 \pmod 7$ 을 만족한다. 다항식 $f(x) \in \mathbb{Z}_p[x]$, $f(x) = x^3 + x^2 - 2x - 1$ 에 대하여 $n = x + \frac{1}{x}$ 일 때

$$x^7 = 1 \wedge x \ne 1 \implies f(n) = 0$$

임을 보여라. 또, $f(x)$ 가 $F_p[x]$ 상에서 기약이 아님을 보여라. [5점]

8. 다음은 고등학생에게 포물선의 작도에 대한 내용을 지도하면서 창의 융합 능력을 길러주고자 계획한 GSP 실습 수업 내용이다. 이 수업 계획에 대한 비판, 보강, 개선 방향을 아래의 작성 방법에 따라 논술하시오. [10점]

> 포물선이 그려져 있을 때 물음에 답하여라.
>
> (1) 대칭축과 꼭짓점을 작도하는 방법을 설명하여라.
>
> 해설. 임의의 포물선 위의 두 점 A, B를 잡아 중점 N을 잡는다. 또 다른 두 점 A', B'의 중점 N'을 잡아 직선 NN'을 작도한다. NN'에 수선을 작도하여 포물선과 만나는 점을 C, D라 하고, CD의 수직이등분선을 그리면, 이것이 대칭축이다.
>
> 
>
>
> 대칭축과 포물선이 만나는 점 V가 꼭짓점이다. □
>
> (2) 포물선 위의 주어진 한 점을 지나는 접선을 작도하는 방법을 설명하여라.
>
> 해설. 포물선 위의 점 P에서 대칭축에 수직이고 P를 지나는 직선이 포물선과 만나는 점을 Q라 하고, PQ의 중점을 M이라 할 때, 대칭축상에 $MV = VM'$이 되도록 $M' \neq M$을 잡는다. 직선 PM'은 P에서 포물선에 접하는 직선이다.
>
> 
>
>
> □
>
> (3) 포물선의 초점과 준선을 작도하는 방법을 설명하여라.
>
> 해설. P를 지나고 대칭축에 평행한 직선을 작도하여 그 위에 접선에 대하여 포물선과 바깥쪽에 있는 점을 하나 잡아 P'이라 하자. $\angle P'PM = \angle MPF$가 되도록 대칭축상에 F를 잡으면 F가 초점이다. 이제 P의 접선에 대하여 F를 대칭이동하고, F'에서 대칭축에 수선을 그리면 이것이 바로 준선이다.
>
> 
>
>
> □

> 작성 방법
>
> - 수업에 앞서 선행되어야 하는 포물선의 성질을 설명할 것.
> - 고등학교 과정 기하 과목 이차곡선 단원에서 교수 학습 유의사항에 대한 내용 사용하여 수업 내용을 평가할 것.
> - 2015 개정 교과 과정에 명시된 창의 융합 능력의 함양에 대한 강조점과 관련하여 수업 계획을 평가할 것.
> - 2015 개정 교과 과정에 명시된 태도 및 실천 능력의 함량을 위한 강조점과 관련하여 수업 계획을 평가할 것.
> - 서론, 본론, 결론의 형식을 갖출 것.