2019학년도 중등학교교사 임용수보자 선정경쟁시험 모의고사 Final B

수학

김동희

2018년 11월 16일

1. 다음은 중학교 교사들이 삼각형의 오심에 관한 지도방안에 대하여 나눈 대화 내용이다.

> 교사 A ：내심이 존재한다는 사실을 도입할 때 아이들과 실험을 해 보면 좋을 거 같아요. 종이를 삼각형 모양으로 자른 다음 변이 포개지도록 각 꼭짓점마다 변이 포개지도록 접으면 접힌 선이 한 점에서 만나는 것을 보여주는 실험이 적당할 것 같아요.
>
> 교사 B ：네 좋은 생각입니다. 외심에 대해서도 유사한 실험을 진행할 수 있겠네요. 그런데 외심은 삼각형 바깥에 그려지는 경우도 있으니까 종이에 삼각형을 그리고 그것을 자르지 않은채로 각 변이 반으로 접혀 포개지도록 접는 실험이 좋을 거 같아요.

두 교사가 논의한 방법으로 지도한 다음 이어서 국소적 조직화 활동으로 '내심과 외심이 존재한다'를 지도하는 과정을 서술하시오. [4점]

2. 위상공간에서 집합 P의 폐포를 $\overline{P}$라 하고 P의 경계를 $\mathrm{Fr}(P) = \overline{P} \cap \overline{P^{c}}$라 하자. 내부는 $\mathrm{int}\,P = P \setminus \mathrm{Fr}(P)$이다.

위상공간 X의 부분집합 A, B가 조건

$$\mathrm{Fr}(A) \cap \mathrm{Fr}(B) = \emptyset$$

을 만족할 때, $\mathrm{int}(A) \cup \mathrm{int}(B) = \mathrm{int}\,A \cup B$이 성립함을 보여라. [4점]

3. 복소수 α, β, $\alpha+\beta$는 모두 $\mathbb{Q}$위에 대수적 차수(algebraic degree) 2인 수들이다. 이때 $\mathbb{Q}(\alpha) = \mathbb{Q}(\beta)$임을 증명하시오. [4점]

4. 3차원 유클리드 공간상의 곡면 $z = xy$에 대하여 가우스 곡률과 평균 곡률을 x, y에 대한 함수로 표현하여라. [4점]

5. 함수열 $\left\{f_n : (0,1) \longrightarrow \mathbb{R} | f_n(x) = \frac{x}{(1+x)^n}\right\}$에 대하여 함수항 급수

$$f(x) = \sum_{n=1}^{\infty} f_n(x)$$

가 구간 $(0,1)$에서 점별 수렴함을 보이고 그 수렴이 균등수렴인지 판단하시오. 또, 적분 $\int_0^1 f(x)\,\mathrm{d}\,x$가 다음 급수와 같은지 설명하시오. [4점]

$$\sum_{n=1}^{\infty} \int_0^1 f_n(x)\,\mathrm{d}\,x$$

6. 함수 $f, g : [0,1] \longrightarrow [0,\infty)$에 대하여 f는 볼록 함수이고, g는 오목 함수이며 $h : [0,1] \longrightarrow \mathbb{R}$는 증가함수라고 하자. 또한, $\lim_{x\to 0^+} f(x) = \lim_{x\to 0^+} g(x) = 0$라고 가정하자. 이때, f가 반드시 연속인 점들의 집합을 설명하시오. 또, 다음 부등식에 포함된 리만 적분이 각각 존재함을 설명하고 이 부등식을 증명하시오.

$$\int_0^1 h(x)g(x)\,\mathrm{d}\,x \int_0^1 f(x)\,\mathrm{d}\,x \le \int_0^1 g(x)\,\mathrm{d}\,x \int_0^1 h(x)f(x)\,\mathrm{d}\,x$$

다음 정의를 참고하고 다음 정리를 사용하여도 좋다. [5점]

Definition 1. 함수 f가 구간 I에서 볼록(위로 오목) 함수라 함은 임의의 $p, q \in I$와 양수 $t \in (0,1)$에 대하여

$$f(tp + (1-t)q) \le tf(p) + (1-t)f(q)$$

를 만족함을 말한다. 또 함수 f가 오목(아래로 오목) 함수라 함은 $-f$가 볼록함수임을 말한다.

Theorem 1. 함수 f가 닫힌 구간 I에서 유계일 때 다음 두 조건은 서로 필요충분조건이다.

a. f가 불연속인 I상의 점들의 집합은 측도 영이다.

b. f가 구간 I상에서 리만적분가능이다.

7. 소수 p는 $p \equiv -1 \pmod 7$을 만족한다. 다항식 $f(x) \in \mathbb{Z}_p[x]$, $f(x) = x^3 + x^2 - 2x - 1$에 대하여 $n = x + \frac{1}{x}$일 때

$$x^7 = 1 \wedge x \neq 1 \implies f(n) = 0$$

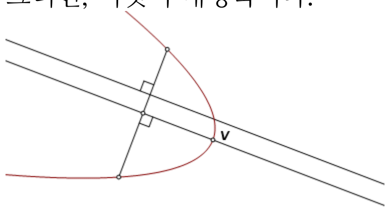
임을 보여라. 또, $f(x)$가 $F_p[x]$상에서 기약이 아님을 보여라. [5점]

8. 다음은 고등학생에게 포물선의 작도에 대한 내용을 지도하면서 창의 융합 능력을 길러주고자 계획한 GSP 실습 수업 내용이다. 이 수업 계획에 대한 비판, 보강, 개선 방향을 아래의 작성 방법에 따라 논술하시오. [10점]

포물선이 그려져 있을 때 물음에 답하여라.

(1) 대칭축과 꼭짓점을 작도하는 방법을 설명하여라.

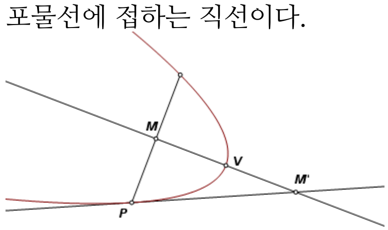
해설. 임의의 포물선 위의 두 점 A, B를 잡아 중점 N을 잡는다. 또 다른 두 점 A', B'의 중점 N'을 잡아 직선 NN'을 작도한다. NN'에 수선을 작도하여 포물선과 만나는 점을 C, D라 하고, CD의 수직이등분선을 그리면, 이것이 대칭축이다.



대칭축과 포물선이 만나는 점 V가 꼭짓점이다. □

(2) 포물선 위의 주어진 한 점을 지나는 접선을 작도하는 방법을 설명하여라.

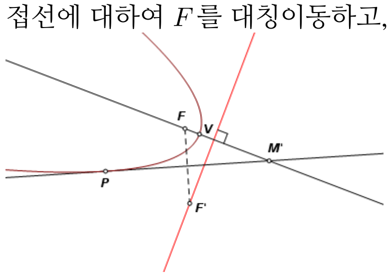
해설. 포물선 위의 점 P에서 대칭축에 수직이고 P를 지나는 직선이 포물선과 만나는 점을 Q라 하고, PQ의 중점을 M이라 할 때, 대칭축상에 $MV = VM'$이 되도록 $M' \neq M$을 잡는다. 직선 PM'은 P에서 포물선에 접하는 직선이다.



□

(3) 포물선의 초점과 준선을 작도하는 방법을 설명하여라.

해설. P를 지나고 대칭축에 평행한 직선을 작도하여 그 위에 접선에 대하여 포물선과 바깥쪽에 있는 점을 하나 잡아 P'이라 하자. $\angle P'PM = \angle MPF$가 되도록 대칭축상에 F를 잡으면 F가 초점이다. 이제 P의 접선에 대하여 F를 대칭이동하고, F'에서 대칭축에 수선을 그리면 이것이 바로 준선이다.



□

작성 방법

- 수업에 앞서 선행되어야 하는 포물선의 성질을 설명할 것.
- 고등학교 과정 기하 과목 이차곡선 단원에서 교수 학습 유의사항에 대한 내용 사용하여 수업 내용을 평가할 것.
- 2015 개정 교과 과정에 명시된 창의 융합 능력의 함양에 대한 강조점과 관련하여 수업 계획을 평가할 것.
- 2015 개정 교과 과정에 명시된 태도 및 실천 능력의 함량을 위한 강조점과 관련하여 수업 계획을 평가할 것.
- 서론, 본론, 결론의 형식을 갖출 것.

Notes

1. 각의 이등분선상의 점들의 성질과 수직 이등분선상의 점들의 성질을 작도를 통해 관찰하고 관찰한 바를 명제로 조직화 하도록 지도한다. 그리고 두 각의 이등분선이 만나는 점은 반드시 다른 한 각의 이등분선도 지날 수 밖에 없음을 위에서 관찰한 성질을 바탕으로 그 점에서 각 변에 이르는 거리가 같음을 이용하여 논리적으로 설명하도록 유도한다. 외심에 대해서도 마찬가지로 두 변의 수직 이등분선의 교점은 반드시 다른 한 변의 수직 이등분선이 지날 수 밖에 없음을 관찰한 성질을 바탕으로 논리적으로 설명하도록 유도한다. □

2. 위상공간 X의 부분집합 A, B가 조건

$$\mathrm{Fr}(A) \cap \mathrm{Fr}(B) = \emptyset$$

을 만족한다고 가정하자.

먼저 $\mathrm{int}(A) \cup \mathrm{int}(B) \subseteq \mathrm{int}\, A \cup B$임을 보이자. $x \in \mathrm{int}\, A \cup \mathrm{int}\, B$라 가정하자. $x \in \mathrm{int}\, X$, $X = A$ 또는 $X = B$인데, 이 때, $x \in U \subseteq X$인 열린집합 U가 존재한다. 그런데 $X \subseteq A \cup B$이므로 $x \in U \subseteq A \cup B$이므로 $x \in \mathrm{int}\, A \cup B$이다.

반대로 $x \notin \mathrm{int}(A) \cup \mathrm{int}(B) \implies x \notin \mathrm{int}(A \cup B)$임을 보이자. $x \notin \mathrm{int}(A) \cup \mathrm{int}(B)$라고 가정하자. 이제 $x \in \mathrm{int}(A \cup B)$라고 가정하고 모순을 이끌어내면 된다. $x \in U$인 임의의 열린 집합 U를 잡자. $V = U \cap \mathrm{int}\, A \cup B$라고 하자. 그러면 $x \in V \subseteq A \cup B$이고 V는 열린 집합이다. 만일 $V \subseteq A$라면 $x \in \mathrm{int}(A)$라서 모순이다. 따라서 $V \cap A^{\mathrm{C}} \neq \emptyset$이다. 비슷하게 $V \cap B^{\mathrm{C}} \neq \emptyset$인데, $V \subseteq A \cup B$이므로 $V \cap B^C = V \cap A$이다. 따라서 $V \cap A \neq \emptyset$이다. 따라서 $x \in \mathrm{Fr}(A)$이다. 대칭성에 의하여 $x \in \mathrm{Fr}(B)$이다. 따라서 $x \in \mathrm{Fr}(A) \cap \mathrm{Fr}(B)$라서 모순이다. 이로써 증명이 완료된다. □

3. 복소수 α, β, $\alpha+\beta$가 $\mathbb{Q}$위에 대수적 차수 2인 대수적 수들이라 하고 $\mathbb{Q}(\alpha) \neq \mathbb{Q}(\beta)$라 가정하자. α와 β의 최소다항식을 $f(x)$, $g(x)$라 할 때, $\mathbb{Q}(\alpha, \beta)$는 $f(x)g(x)$의 분해체이므로 $\mathbb{Q} \subset \mathbb{Q}(\alpha, \beta)$는 갈루아 확대이고 다음 두 중간체를 얻는다.

$$\mathbb{Q} \subset \mathbb{Q}(\alpha) \subset \mathbb{Q}(\alpha, \beta),\ \mathbb{Q} \subset \mathbb{Q}(\beta) \subset \mathbb{Q}(\alpha, \beta)$$

따라서 갈루아 군 $G(\mathbb{Q}(\alpha, \beta))$는 $\mathbb{Q}(\alpha)$와 $\mathbb{Q}(\beta)$를 고정하는 항등원이 아닌 두 원소 σ, η로 생성된다. 이제 $\gamma = \alpha + \beta$라 자. γ는 σ, η로 고정되지 않는다. 또한, 만일 $\sigma\gamma = \eta\gamma$라면, σ, η는 위수 2이므로 $\eta\sigma\gamma = \gamma$가 되는데 이는 γ가 유리수가 되어 모순이다. 따라서 γ의 차수는 최소 3이며 이 또한 모순이다. 따라서 $\mathbb{Q}(\alpha) = \mathbb{Q}(\beta)$이다. □

별해. α, β를 위와같이 정하고 유리수 a, b, c, d, e, f를

$$\alpha^2 + a\alpha + b = 0 \tag{1}$$

$$\beta^2 + c\beta + d = 0 \tag{2}$$

$$(\alpha+\beta)^2 + e(\alpha+\beta) + f = 0 \tag{3}$$

(3)-(1)-(2) 에서

$$\beta = \frac{-a\alpha - b - d + \alpha e + f}{-2\alpha + c - e}$$

를 얻는다. 여기서 α는 무리수이므로 분모는 영이 아니다. 따라서 $\mathbb{Q}(\beta) \subseteq \mathbb{Q}(\alpha)$이고 대칭성에서 $\mathbb{Q}(\alpha) = \mathbb{Q}(\beta)$를 얻는다. □

4. 좌표조각 $\mathbf{x}(u,v) = (u,v,uv)$을 선택하면 $\mathbf{x}_u = \langle 1,0,v\rangle$, $\mathbf{x}_v = \langle 0,1,u\rangle$, $\mathbf{x}_{uu} = 0$, $\mathbf{x}_{uv} = \langle 0,0,1\rangle$, $\mathbf{x}_{vv} = 0$, $E = 1+v^2$, $F = uv$, $G = 1+u^2$, $W = \sqrt{1+u^2+v^2}$, $U = \frac{1}{W}\langle -v,-u,1\rangle$, $L = 0$, $M = \frac{1}{W}$, $N = 0$. 따라서

$$K = \frac{-1}{(1+x^2+y^2)^2},\ H = \frac{-xy}{(1+x^2+y^2)^2}$$

을 얻는다. □

5. 무한수열의 합공식에 의하여 $f(x) = 1$로 점별수렴한다. 그러나 제 n항부터 합이 $\frac{1}{(1+x)^{n-1}}$ 이므로 균등수렴하지 않는다.

$I_n = \int_0^1 f_n(x)\,\mathrm{d}\,x$라 하면 $I_1 = 1 - \ln 2$, $I_2 = -\frac{1}{2} + \ln 2$, $n \geq 3$일 때 $I_n = \frac{1-2^{1-n}n}{n^2-3n+2}$ 이므로 $k \geq 3$일 때,

$$I_1 + I_2 + \cdots + I_k = \frac{2^{-k-1}\left(2^k(k-3)+4\right)}{k-1} + \frac{1}{2} \to 1$$

로 둘은 같다. □

별해. 함수열의 각항이 양수이고 구간 $(0,1]$에서 부분합이 1로 bound되어있으므로 dominated convergence theorem 에 의하여 부분합의 적분은 적분의 부분합과 같다. □

6. $0 < a < 1$이라 하자. 우선 $\lim_{x\to a^+} f(x) = a$임을 보일 것이다. $a < b$이면서 $b < 1$인 점 b가 존재한다. 이제 임의의 $x \in (a,b)$에 대하여 $t = \frac{x-a}{b-a}$ 라 하면, $0 < t < 1$이고 $x = (1-t)a + tb$이므로 $f(x) \leq (1-t)f(a) + tf(b)$가 성립한다. 또, $c < a$ 이면서 $0 < c$인 점 c에 대하여 $s = \frac{x-a}{x-c}$ 라 하면, $0 < s < 1$이고 $a = sc + (1-s)x$이므로 $f(a) \leq sf(c) + (1-s)f(x)$, 곧, $\frac{f(a)-sf(c)}{1-s} \leq f(x)$가 성립한다. $\lim_{x\to a^+} t = \lim_{x\to a^+} s = 0$이므로 $\lim_{x\to a^+}(1-t)f(a) + tf(b) = \lim_{x\to a^+}\frac{f(a)-sf(c)}{1-s} = f(a)$이다. 따라서 $\lim_{x\to a^+} f(x) = f(a)$이다.

이제 $f(-x)$또한 볼록이므로,

$$\lim_{x\to a^-} f(x) = \lim_{x\to -a^+} f(-x) = f(-(-a)) = f(a)$$

가 되어 $f(x)$가 $x = a$에서 연속이다. a는 임의로 잡았으므로 f는 $(0,1)$에서 연속이다. $x = 0$과 $x = 1$에서는 연속이 아닐 수도 있음을 우리는 볼록 함수

$$x \mapsto \begin{cases} 1 & x = 0,1 \\ 0 & 0 < x < 1 \end{cases}$$

를 통해서 알 수 있다. 따라서 반드시 f가 연속인 점들의 집합은 구간$(0,1)$이다.

h는 증가함수이므로 모든 점에서 좌극한과 우극한이 존재한다. 따라서 $x = a$에서 h가 불연속이라 할 때는 좌극한과 우극한이 상이하게 되고 그렇다면 좌극한보다 크고 우극한보다 작은 유리수가 존재하게 된다. 각각의 불연속점에 대하여 서로 다른 유리수를 방금 논의한 구간에서 선택해서 대응시키게 되면 불연속점의 개수는 가산개를 넘지 못함을 알 수있고 따라서 불연속점의 집합은 측도 영이 된다. f와 g는 모두 많아야 두 점에서 불연속이므로 f, g, $h \times g$, $h \times f$는 주어진 정리에 의하여 모두 적분가능이다.

이제 부등식을 증명하는 일이 남았다. 부등식의 양변이 f와 g에 대하여 선형이므로, $\int_0^1 f(x)\,\mathrm{d}\,x = \int_0^1 g(x)\,\mathrm{d}\,x = 1$로 가정하여도 일반성을 잃지 않는다. 이를 대입하고 정리하면,

$$0 \leq \int_0^1 h(x)k(x)\,\mathrm{d}\,x,\ k(x) = f(x) - g(x)$$

와 같은 부등식이 되고 이를 보이면 충분하다. $k(x)$가 볼록 함수임에 주목하자. $x = 0$에서 우극한이 0이므로 $k(0) = 0$라 하여도 일반성을 잃지 않으며, $\int_0^1 k(x)\,\mathrm{d}\,x = 0$이다. 위에서 보인바에 의하여 $k(x)$는 적어도 구간 $[0,1)$에서 연속이고, 따라서 $\int_0^x k(t)\,\mathrm{d}\,t = K(x)$라 할 때 롤의 정리에 의하여 $K'(\xi) = 0$인 ξ가 존재하는데, 미적분학의 기본 정리에 의하여 $K'(\xi) = k(\xi)$이다. $k(x)$는 볼록이므로 $x < \xi$일 때 $k(x) \leq 0$이고 $x > \xi$일 때 $k(x) \geq 0$이다. $\int_0^1 h(\xi)k(x)\,\mathrm{d}\,x = 0$임에 주목하라. $h(x)$는 증가함수이므로 $(h(x) - h(\xi))k(x) \geq 0$이다. 따라서

$$\int_0^1 h(x)k(x)\,\mathrm{d}\,x = \int_0^1 (h(x) - h(\xi))k(x)\,\mathrm{d}\,x \geq 0$$

를 얻는다. □

7. 이 방정식은 $F_p = \mathbb{Z}/p\mathbb{Z}$상에서 $n^3 + n^2 - 2n - 1$이 영점을 가짐을 보이라는 문제이다. 이제, $n = x + \dfrac{1}{x}$를 대입하면,

$$x^7 = 1 \wedge x \neq 1 \implies n^3 + n^2 - 2n - 1 = 0$$

을 얻는다.

$F = F_p[x]/\left(x^2+7\right)$을 생각하자. $\left(\frac{-7}{p}\right) = \left(\frac{-1}{p}\right)\left(\frac{7}{p}\right) = (-1)^{\frac{p-1}{2}}(-1)^{3\cdot\frac{p-1}{2}}\left(\frac{p}{7}\right) = -\left(\frac{-1}{7}\right) = -1$. 따라서 $F \neq F_p$이고, F는 F_p이 이차 확장체다. 곧, $|F| = p^2$, $|F^*| = p^2 - 1$이다. F^*는 유한체의 곱군이므로 cyclic이다. $7|p^2-1$이므로 위수가 7인 원소 ω가 존재한다. 곧, $x^7 = 1$의 해가 F에서 존재한다. $\omega = a + b\alpha$라 하자. 여기서 $a, b \in Z_p$이다. $\omega^7 = 1$. 또, $\overline{\omega} = a - b\alpha$라 하면, $\overline{\omega}$는 ω의 공액이므로 $\overline{\omega}^7 = 1$이다. 따라서 $(\omega\overline{\omega})^7 = \left(a^2+7b^2\right)^7 = 1$이다. 그런데, 페르마 소정리에서 $\left(a^2+7b\right)^{p-1} = 1$이고, $(7, p-1) = (7, -2) = 1$이므로, $a^2 + 7b = 1$이다.

이제 $\omega + \dfrac{1}{\omega} \in F_p$ 임을 보이면 된다. $\omega + \dfrac{1}{\omega} = a + b\alpha + \dfrac{1}{a+b\alpha} = a + b\alpha + \dfrac{a - b\alpha}{a^2+7b^2} = 2a \in F_p$이므로 증명이 완료된다. □

8. 2015개정 교과과정상 창의·융합 능력을 함양하기 위한 교수 학습 강조점은 다음과 같다.

1. 새롭고 의미 있는 아이디어를 다양하고 풍부하게 산출할 수 있는 수학적 과제를 제공하여 학생의 창의적 사고를 촉진시킨다.
2. 하나의 문제를 여러 가지 방법으로 해결하게 하고, 해결 방법을 비교하여 더 효율적인 방법을 찾거나 정교화하게 한다.
3. 여러 수학적 지식, 기능, 경험을 연결하거나 수학과 타 교과나 실생활의 지식, 기능, 경험을 연결□융합하여 새로운 지식, 기능, 경험을 생성하고 문제를 해결하게 한다.

또한 태도 및 실천 능력의 함량을 위한 강조점은 다음과 같다.

1. 수학을 생활 주변과 사회 및 자연 현상과 관련지어 지도하여 수학의 필요성과 유용성을 알게 하고, 수학의 역할과 가치를 인식할 수 있게 한다.
2. 수학에 대한 관심과 흥미, 호기심과 자신감을 갖고 수학 학습에 적극적으로 참여하게 하며, 끈기 있게 도전하도록 격려하고 학습 동기와 의욕을 유발한다.
3. 학생 스스로 목표를 설정하고 학습을 수행하며 학습 결과를 평가하는 자주적 학습 습관과 태도를 갖게 한다.
4. 수학적 활동을 통하여 정직하고 공정하며 책임감 있게 행동하고 어려움을 극복하기 위해 도전하는 용기 있는 태도, 타인을 배려하고 존중하며 협력하는 태도, 논리적 근거를 토대로 의견을 제시하고 합리적으로 의사 결정하는 태도를 갖고 이를 실천하게 한다.

그리고 이차곡선에 대한 교수 학습 유의사항은

- 이차곡선은 원뿔을 절단해서 얻을 수 있는 곡선임을 이해하고, 이를 통해 기하적 대상을 대수적으로 다룰 수 있음을 인식하게 한다.
- 이차곡선과 그 접선이 실생활에 활용되는 다양한 예를 제시함으로써 그 유용성과 가치를 인식하게 한다.
- 이차곡선의 접선을 구할 때는 판별식을 이용하고, <미적분>을 이수한 학생들에게는 음함수의 미분법을 이용하여 설명할 수 있다.
- 이심률을 이용한 정의는 다루지 않는다.
- 이차곡선은 축이 x축, y축에 평행한 것만 다룬다.

이다.

우선 이 수업을 진행하기 위해서는 포물선의 성질 중에서 다음과 같은 성질의 학습이 선행되어야 한다.

포물선의 현 AB와 평행한 접선은 AB의 중점을 지나고 대칭축에 평행한 직선이 포물선과 만나는 점에서 접한다.

이것은 y축에 평행한 경우에 대하여 판별식 또는 간단한 미분을 사용하여 학습할 수 있다. 교수 학습 유의사항의 관점에서 볼 때 이 수업 내용은 자칫 대수적으로 x축 y축에 평행하지 않은 포물선에 대하여 고찰하게 할 수 있다. 이것은 원뿔을 절단해서 얻을 수 있는 곡선에 대하여 적당한 좌표축을 잡아서 항상 대칭축이 y축에 평행하게 놓을 수 있음을 설명함으로써 정당화할 수도 있을 것이다. 그러나 창의 융합 능력에 대한 강조점에 비추어 볼 때 포물선의 접선의 작도는 충분히 새롭고 의미있는 아이디어를 다양하고 풍부하게 산출할 수 있도록 하고 접선을 구하는 문제를 대수적으로 뿐 아니라 기하적인 고찰로부터 행함으로써 다양한 해법을 공부하게 한다. 그리고 논증에 사용되는 여러가지 지식들을 통하여 창의 융합적인 능력을 함양하는 학습 계획임은 명백하다. 또한, 학생들에게 호기심을 가지게 하고 그 과정의 간략함을 통해 자신감을 가지게 하며, GSP를 통한 작도를 통해 흥미를 가지게하고 다양한 시행 착오를 통해 끝기를 가지게 한다는 측면에서 바람직하다고 할 수 있다. 그리고 GSP를 사용할 때 생기는 여러가지 어려움을 친구들과 협력하여 해결함으로써 타인을 배려하고 존중하고 협력하는 태도를 갖출 수 있다는 측면에서도 바람직하다.

이 수업을 진행함에 있어, 우선은 학생들이 여러가지 방법을 시도하도록 하고 시행착오를 거쳐 풀이에 접근할 수 있도록 유도하는 과정을 세분화하면 좋을 것이다. 실제 포물선 모양의 기하학적 대상이 주어졌을 때 접선을 작도하는 과정을 행해봄으로서 수학의 유용성을 배우도록 할 수 있을 것이다. 그리고 이 수업을 통해 접선의 작도와 대수적인 계산을 비교해 봄으로써 사실은 접선이 기하적 대상으로 다루어질 수 있음을 깨닫게 하고 이것이 대수적으로 다룰 때 어떤 편리한 점이 생기는지 생각해 보도록 할 수 있을 것이다. □